[集合论](https://www.zhihu.com/search?q=%E9%9B%86%E5%90%88%E8%AE%BA&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra=%7B%22sourceType%22%3A%22answer%22%2C%22sourceId%22%3A2273985349%7D)每条公理背后的意义就不提了（不过我倒是想说Skolem和[冯诺依曼](https://www.zhihu.com/search?q=%E5%86%AF%E8%AF%BA%E4%BE%9D%E6%9B%BC&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra=%7B%22sourceType%22%3A%22answer%22%2C%22sourceId%22%3A2273985349%7D)的名字应该加进zfc里）。ZFC确实可以不需要那么多公理，有些“公理”是可以被推出的，如果接受逻辑中论域非空的假设的话，有了分离公理，不需要空集公理；而加上空集公理，分离公理可以由替换公理推出。

朴素集合论只有两条公理（模式），但会有矛盾；顺便提一下，罗素的类型论处理可以只有两条公理（模式）；奎因（Quine）的NF（New Foundation）只有两条公理（模式）：

* [外延公理](https://www.zhihu.com/search?q=%E5%A4%96%E5%BB%B6%E5%85%AC%E7%90%86&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra=%7B%22sourceType%22%3A%22answer%22%2C%22sourceId%22%3A2273985349%7D)
* 分层概括公理

不过NF与AC（选择公理）是相矛盾的。

我说一下[哥德尔](https://www.zhihu.com/search?q=%E5%93%A5%E5%BE%B7%E5%B0%94&search_source=Entity&hybrid_search_source=Entity&hybrid_search_extra=%7B%22sourceType%22%3A%22answer%22%2C%22sourceId%22%3A2273985349%7D)纲领（Godel's Program），它不仅不觉得公理多，它还要求更多公理。

哥德尔和Cohen证明了连续统假设（CH）独立于公理集合论。但哥德尔并不认为连续统假设被解决了（尽管Cohen，作为一个形式主义者，是这样认为的）。他想要提出一些新的、自然的关于集合论的公理，这些公理能被大家接受为不证自明的公理，而且这些公理能够决定CH（或更多的，其它数学命题）的真假，能够让我们更好地确定集合论宇宙的结构（哥德尔本人是一个柏拉图主义者）。

哥德尔已经证明了在V=L的情况下CH是真的，但他并不认为这是一个很好地刻画了集合性质的新公理。因为这实际上是对集合概念的一种“收缩”（L在某种意义上是最小的模型）。Penelope Maddy提出了“最大化原则”：我们要公理应该让我们的集合论宇宙尽可能得更“大”。而且V=L与绝大多数大基数公理相矛盾，因此从集合论学家们的数学实践上来看，也不大可能被接受为“绝对”正确的新公理。不同的集合论学家可能喜欢在不同的集合论工作下工作，例如Jessen喜欢在V=L下工作，而Martin可能喜欢在某些大基数公理下工作。

一些看起来很自然的新公理的候选的例子有

* axiom of symmetry（AS）：for any function  mapping reals to countable sets of reals, there are real numbers  and  such that  and  .

这是由Chris Freiling提出的，一个看起来流畅且让人信服的论证是这样的：

我们想象在一个实数镖靶上连续投掷两个飞镖，精确考虑它们的落点。第一个飞镖落在某个位置  ，由于  是一个可数集合，我们几乎可以肯定第二个飞镖会落在一个不在该集合中的点  ，所以几乎可以肯定  不在  中。但是由于我们考虑飞镖的顺序似乎并不重要，我们通过对称性得出结论，几乎可以肯定  也不在  中。因此，几乎可以肯定的是，我们的飞镖会落在这样的  和  的位置，使得满足对称性公理的要求，  不在  中，  不在  中……我们不仅有自然的理由期待有一对序列  具有所需的属性，而且更重要的是，我们应该期待几乎所有的有序对都具有所需的属性。“实际上[对称性公理]，比我们的直觉要弱，它并没有说这两个飞镖必须做什么。它所声称的只是，只要事情在我们启发式的想象中无论如何都可以发生，它就可以发生”

而AS是可以很好地决定CH的，因为AS等价于  。

The forward implication is easy, for if CH holds, then there is a well-ordering of R in order type  , and we may consider the function f mapping every real  to the initial segment of the order up to  , a countable set. The point is that for any two real numbers, either  precedes  or conversely in the well-order, and so either  or  , contrary to the axiom of symmetry. So AS implies 

（以上只论证了AS->\negCH，不过对于决定CH已经足够了）

还有一些命题，虽然决定不了CH，但看起来是很自然，但是又不能为集合论的公理所推出来的，例如

*  （如果一个集合X的基数小于Y的基数，那么它的幂集的基数也小于Y的幂集的基数）

参考

Notre Dame Journal of Formal Logic Volume 56, Number 1, 2015, Is the Dream Solution of the Continuum Hypothesis Attainable?, Joel David Hamkins

[Axiom of Symmetry, aka Freiling's argument against CH](https://link.zhihu.com/?target=https%3A//mathoverflow.net/questions/49721/axiom-of-symmetry-aka-freilings-argument-against-ch)

[What are some reasonable-sounding statements that are independent of ZFC?](https://link.zhihu.com/?target=https%3A//mathoverflow.net/questions/1924/what-are-some-reasonable-sounding-statements-that-are-independent-of-zfc)